

Пробне ЗНО з математики 2015 року (поглиблений рівень)

Завдання 1–20 мають п'ять варіантів відповіді, серед яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді, позначте його у бланку А згідно з інструкцією. Не робіть інших позначок у бланку А, тому що комп’ютерна програма реєструватиме їх як помилки!

Будьте особливо уважні, заповнюючи бланк А!
Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

1. Виразіть у відсотках число $\frac{1}{5}$.

A	Б	В	Г	Д
2 %	20 %	50 %	0,2 %	1,5 %

2. Відрізок, довжина якого дорівнює 60 см, розділений точками на чотири рівні відрізки. Визначте відстань між серединами отриманих крайніх відрізків.

A	Б	В	Г	Д
36 см	40 см	45 см	48 см	50 см

3. Обчисліть добуток коренів рівняння $x^2 + 6x - 55 = 0$.

A	Б	В	Г	Д
-55	55	-6	6	49

4. $\frac{3x^2y}{9xy^3} =$

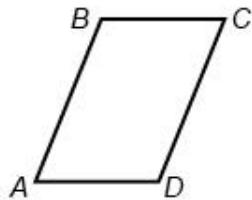
A	Б	В	Г	Д
$27x^3y^4$	$\frac{x^3y^4}{3}$	$\frac{3x}{y^2}$	$\frac{x^3}{3y^4}$	$\frac{x}{3y^2}$

5. Яка з наведених точок належить графіку функції $y = \frac{5+x}{x-2}$?

A	Б	В	Г	Д
(2; 7)	(1; 6)	(-3; 0,4)	(0; 2,5)	(4; 4,5)

6. На рисунку зображене паралелограм $ABCD$. Які з наведених тверджень є правильними?

- I. $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$
 II. $\angle B + \angle D = 180^\circ$
 III. $\angle B - \angle A > 0^\circ$



A	Б	В	Г	Д
лише I	лише I і II	лише II	лише I і III	I, II і III

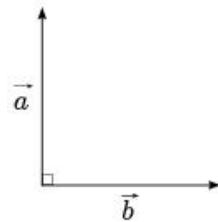
7. Розв'яжіть рівняння $\log_3 x = -1$.

A	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{3}$	3	-1	-3	$-\frac{1}{3}$

8. Визначте площе сфери, діаметр якої дорівнює 12 см.

A	Б	В	Г	Д
$36\pi \text{ см}^2$	$72\pi \text{ см}^2$	$144\pi \text{ см}^2$	$288\pi \text{ см}^2$	$576\pi \text{ см}^2$

9. Довжини перпендикулярних векторів \vec{a} і \vec{b} (див. рисунок) дорівнюють 6 і 8 відповідно. Знайдіть довжину вектора $\vec{a} + \vec{b}$.



A	Б	В	Г	Д
2	6	8	10	14

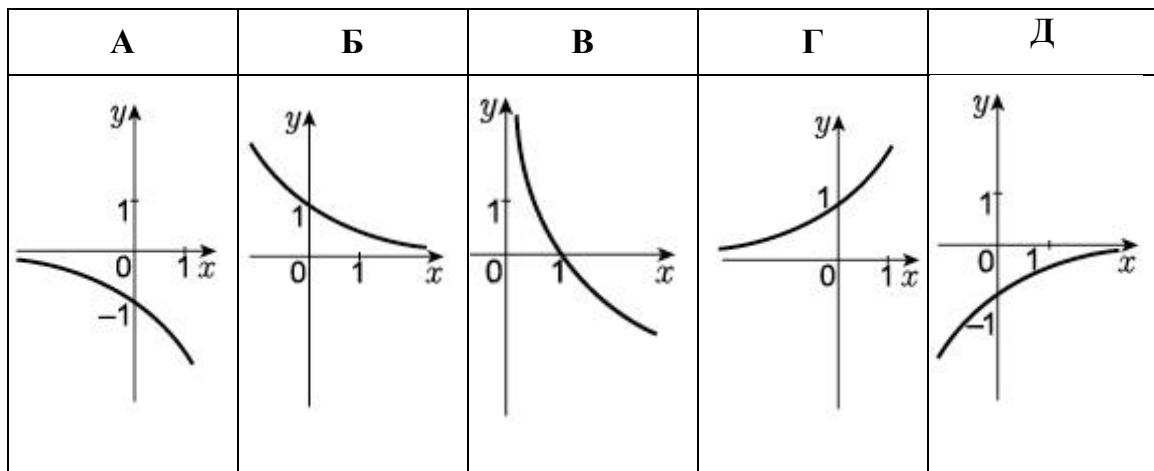
10. Якщо $\sqrt{x} + y = 5$ і $2\sqrt{x} - y = 7$, то y дорівнює

A	Б	В	Г	Д
-2	-1	3	2	1

11. Майстер обслуговує лише три верстати: 20 % робочого часу він обслуговує перший верстат, 30 % — другий, 50 % — третій. Обчисліть імовірність того, що в навмислення вибраний момент робочого часу майстер обслуговує перший або третій верстат.

A	Б	В	Г	Д
0,8	0,7	0,5	0,3	0,1

12. На якому рисунку зображенено ескіз графіка функції $y = 2^{-x}$?



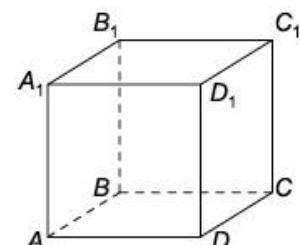
13. Яке з наведених рівнянь не має коренів?

A	Б	В	Г	Д
$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\operatorname{ctg} x = -\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\operatorname{tg} x = \frac{2}{\sqrt{3}}$	$\cos x = \frac{2}{\sqrt{3}}$

14. Обчисліть $36^{\log_6 5}$.

A	Б	В	Г	Д
5	6	10	25	36

15. На рисунку зображенено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Визначте градусну міру кута між прямими AB_1 і DD_1 .



A	Б	В	Г	Д
0°	30°	45°	60°	90°

16. Укажіть область визначення функції $y = \frac{4-x}{5}$.

A	B	V	G	D
$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$	$(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$	$(-\infty; \frac{4}{5}) \cup (\frac{4}{5}; +\infty)$	$(4; 5)$

17. Якщо $a \in (-2; 3)$, то $|a^2 - a - 6| =$

A	B	V	G	D
$a^2 - a - 6$	$a^2 + a - 6$	$a^2 + a + 6$	$-a^2 + a + 6$	$-a^2 - a + 6$

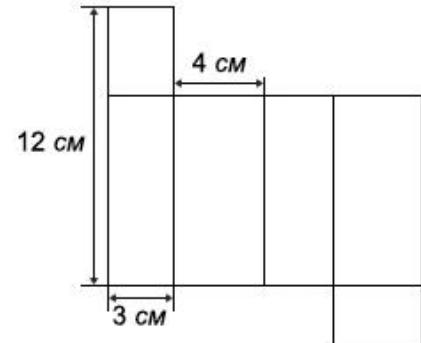
18. Розв'яжіть нерівність $2 \cdot (0,3)^x < 0,18$.

A	B	V	G	D
$(-\infty; 2)$	$(2; +\infty)$	$(-\infty; 0,3)$	$(0,3; +\infty)$	$(0; 2)$

19. Визначте для функції $f(x) = 2x + 2$ первісну, графік якої проходить через точку $(1; 4)$.

- A** $F(x) = 2x^2 + 2x$
B $F(x) = x^2 + 2x + 1$
V $F(x) = x^2 + 2x + 2$
G $F(x) = x^2 + 2x - 4$
D $F(x) = 2x^2 + x + 1$

20. На рисунку зображено розгортку прямокутного паралелепіпеда. Використовуючи зазначені на рисунку розміри, обчисліть об'єм цього паралелепіпеда.



A	B	V	G	D
96 см^3	108 см^3	128 см^3	136 см^3	144 см^3

У завданнях 21–24 до кожного з чотирьох рядків інформації, позначених цифрами, виберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань у бланку А на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви). Усі інші види Вашого запису в бланку А комп’ютерна програма реєструватиме як помилки!

Будьте особливо уважні, заповнюючи бланк А!

Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

21. Установіть відповідність між виразом (1–4) та тотожно рівним йому виразом (А–Д).

- | | |
|----------|---|
| 1 | $1 - \cos^2 \alpha$ |
| 2 | $2\sin\alpha\cos\alpha$ |
| 3 | $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ |
| 4 | $\cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ |

- | | |
|----------|-----------------|
| A | $\cos^2 \alpha$ |
| B | $\cos 2\alpha$ |
| B | $\sin 2\alpha$ |
| G | $-\cos 2\alpha$ |
| D | $\sin^2 \alpha$ |

A	B	V	G	D

22. Установіть відповідність між функцією (1–4) та її властивістю (А–Д).

Функція

Властивість

- | | |
|----------|---------------|
| 1 | $y = x^2$ |
| 2 | $y = x^3 + 1$ |
| 3 | $y = 3 - x$ |
| 4 | $y = \sin x$ |

- | | |
|----------|---|
| A | зростає на всій області визначення |
| B | спадає на всій області визначення |
| B | є непарною |
| G | є парною |
| D | областю значень функції є проміжок $(0; +\infty)$ |

А Б В Г Д

1				
2				
3				
4				

23. На рисунках (1–5) наведено інформацію про п'ять трикутників.

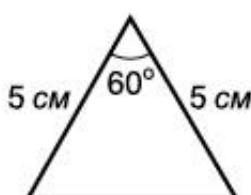


Рис. 1

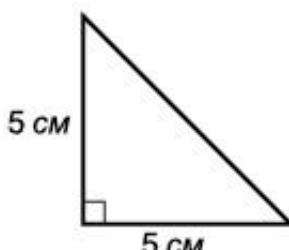


Рис. 2

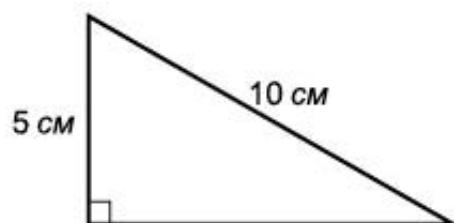


Рис. 3

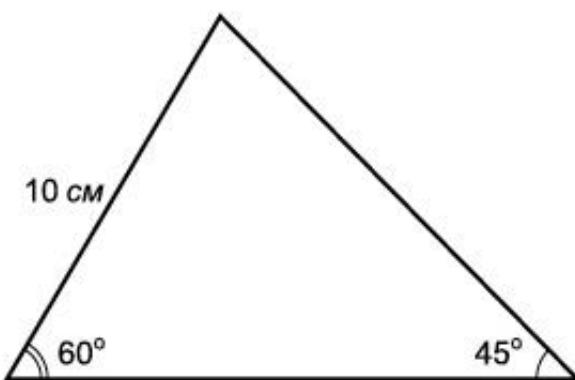


Рис. 4

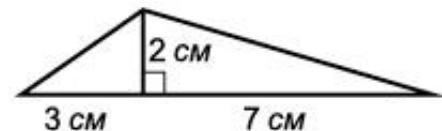


Рис. 5

Установіть відповідність між запитанням (1—4) та правильною відповіддю на нього (А—Д).

Запитання

- 1 На якому рисунку зображенено трикутник, у якого центри вписаного й описаного кіл збігаються?
- 2 На якому рисунку зображенено трикутник, один із внутрішніх кутів якого дорівнює 30° ?
- 3 На якому рисунку зображенено трикутник, площа якого дорівнює 10 см^2 ?
- 4 На якому рисунку зображенено трикутник, у якого діаметр описаного навколо нього кола дорівнює $10\sqrt{2} \text{ см}$?

Відповідь

- A Рис. 1
 Б Рис. 2
 В Рис. 3
 Г Рис. 4
 Д Рис. 5

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

24. У прямокутній декартовій системі координат xyz у просторі задано точку $M (1; -4; 8)$. Установіть відповідність між початком речення (1—4) та його закінченням (А—Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

Закінчення речення

- | | | |
|---|--|---------------|
| 1 | Відстань від точки M до площини xy дорівнює | A 1 |
| 2 | Відстань від точки M до початку координат дорівнює | B $\sqrt{17}$ |
| 3 | Відстань від точки M до осі z дорівнює | Г 8 |
| 4 | Відстань від точки M до точки $N (1; 0; 8)$ дорівнює | Д 9 |

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

Розв'яжіть завдання 25–30. Одержані числові відповіді запишіть у зошиті та бланку А. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, ураховуючи положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці відповідно до зразків, наведених у бланку А.

25. Відстань між двома містами велосипедист долає за 2 години, а пішохід — за 6 годин. Уважайте, що швидкості велосипедиста і пішохода є сталими протягом усього шляху.

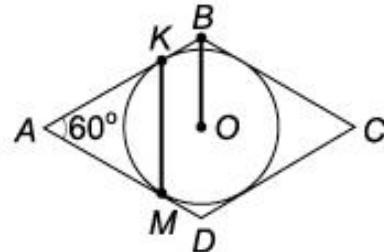
1. Визначте відстань між містами (у км), якщо швидкість велосипедиста на 12 км/год більша за швидкість пішохода.

Відповідь: ,

2. Пішохід і велосипедист одночасно виїхали назустріч один одному з цих двох міст. Через скільки годин після початку руху вони зустрінуться?

Відповідь: ,

26. У ромб $ABCD$ вписано коло з центром у точці O , яке дотикається сторін AB і AD у точках K і M відповідно (див. рисунок). Периметр ромба дорівнює 48 см, $\angle A = 60^\circ$. Знайдіть:



1. Довжину відрізка OB (у см).

Відповідь: ,

2. Довжину відрізка KM (у см).

Відповідь: ,

27. Повна вартість доставки великовагантних меблів у фірмі із перевезень складається з вартості їх доставки на 1-й поверх будинку і вартості підйому меблів на потрібний поверх. Вартість підйому меблів на кожен наступний поверх перевищує вартість їх підйому на попередній на одну й ту саму величину. Визначте повну вартість (у грн) доставки меблів на 11-й поверх будинку, якщо повна вартість доставки меблів на 4-й та 7-й поверхах цього будинку становить 142 грн та 154 грн відповідно.

Відповідь: ,

- 28.** Розв'яжіть нерівність $\lg \frac{4}{2x-3} \geq 0$ У відповіді запишіть *найбільший* розв'язок цієї нерівності. Якщо найбільший розв'язок нерівності не існує, то у відповіді запишіть число 100.

Відповідь: ,

- 29.** Обчисліть значення виразу $20\sqrt{6} - \left(\frac{4}{\sqrt{2}} + 5\sqrt{3}\right)^2$.

Відповідь: ,

- 30.** Об'єм тіла, утвореного обертанням рівнобедреного трикутника навколо висоти, проведеної до його основи, дорівнює $320\pi \text{ см}^3$. Обчисліть довжину бічної сторони цього трикутника ($у \text{ см}$), якщо його основа дорівнює 16 см.

Відповідь: ,

Розв'яжіть завдання 31—34. Одержані числові відповіді запишіть у зошиті та бланку *Б*. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, ураховуючи положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці відповідно до зразків, наведених у бланку *А*.

- 31.** Обчисліть значення виразу $\frac{a^3 + b^3}{a+b} + (a^2 + b^2)$, якщо $a = 4^{\frac{7}{4}}$, $b = 2^{\frac{1}{2}}$.

Відповідь: ,

- 32.** Для роботи на уроках геометрії учню потрібно придбати лінійку й транспортир. У магазині канцелярських товарів у продажу є три види транспортирув та чотири види лінійок, а також два види наборів, що складаються з лінійки й транспортира. Скільки всього в учня є варіантів придбання лінійки й транспортира в цьому магазині?

Відповідь: ,

- 33.** Усі бічні грані правильної чотирикутної піраміди нахилені до площини її основи під кутом 60° . Площа повної поверхні піраміди дорівнює $54\sqrt{6} \text{ см}^2$. Обчисліть площе (у см^2) перерізу цієї піраміди площиною, що проходить через висоту піраміди й діагональ її основи.

Відповідь: ,

- 34.** За якого значення параметра c найменше значення функції $y = x^4 - 8x^2 + c$ на відрізку $[-1; 3]$ дорівнює 30?

Відповідь: ,

Розв'яжіть завдання 35, 36. Запишіть у бланку **Б** послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

- 35.** У трапеції $ABCD$ ($BC \parallel AD$) діагональ AC є бісектрисою гострого кута A . Ця діагональ перетинає середню лінію трапеції в точці P .
1. Доведіть, що $\angle APB = 90^\circ$.
 2. Обчисліть площину трапеції $ABCD$, якщо $BC = 5 \text{ см}$, $AB = 13 \text{ см}$, площа трикутника APB дорівнює 5 см^2 .

Відповідь:

- 36.** Знайдіть усі значення параметра a , за яких рівняння $ax - 3 = \sqrt{-x^2 + 18x - 72}$ має єдиний корінь.

Відповідь: